

# Dealing with Missing Data: Practical Use of Multiple Imputation

장명진

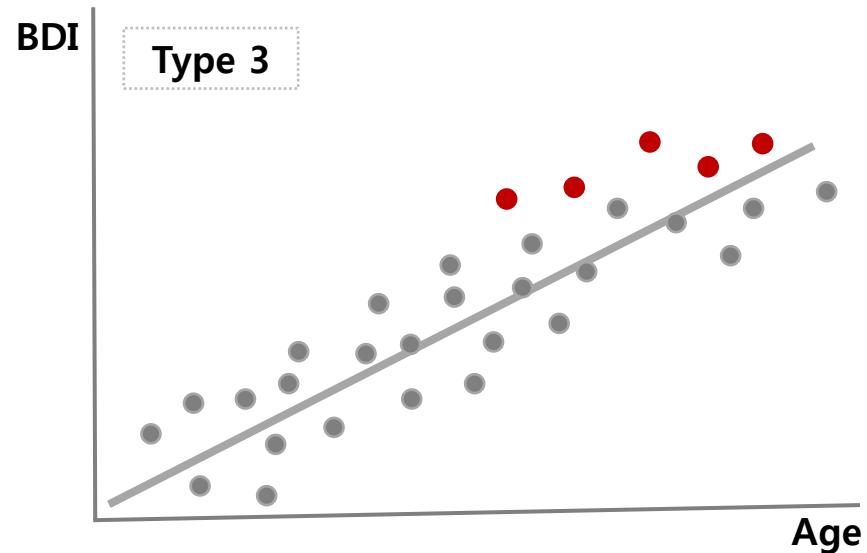
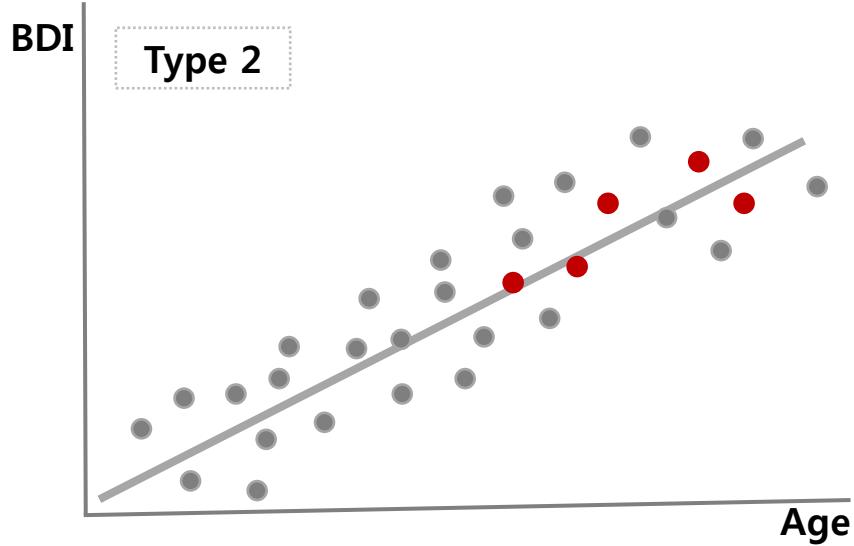
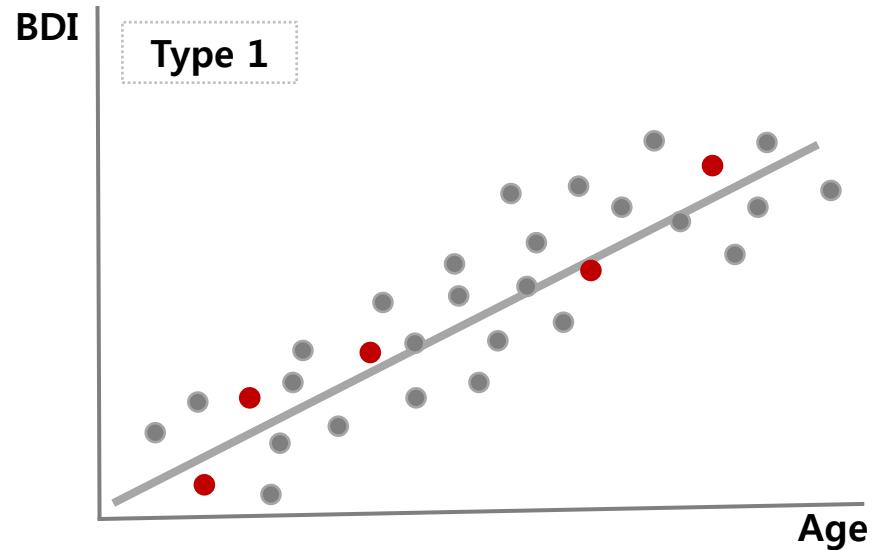
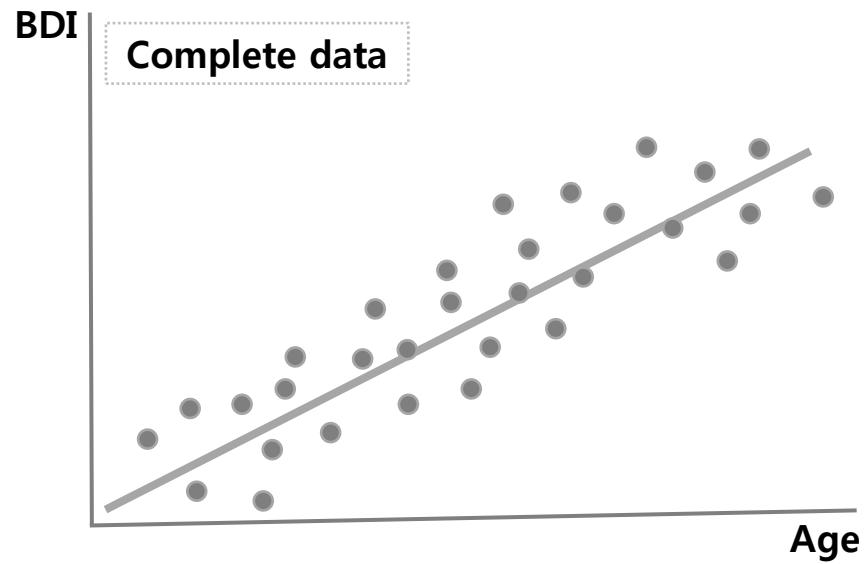
서울대병원 의학연구협력센터 의학통계실

# Example of missing data

- 대상자: 40세 이상, 200명을 대상으로 우울증검사 실시
- 설문도구: 우울증 자가설문도구(Beck Depression Inventory)
- 연구목적: 우울증과 관련요인
- 결측자료 발생: 일부 대상자가 BDI 설문검사에 응답하지 않음

| <b>Id</b> | <b>Edu</b> | ... | <b>Income</b> | <b>Sex</b> | <b>Age</b> | <b>Y<br/>(BDI-II, Depression score)</b> |
|-----------|------------|-----|---------------|------------|------------|---|
| 1         | 1          |     | 1             | 1          | 50         | 25                                      |
| 2         | 2          |     | 2             | 2          | 45         | 15                                      |
| 3         | 1          |     | 3             | 2          | 40         | 18                                      |
| 4         | 4          |     | 1             | 1          | 65         | .                                       |
| ...       | 3          |     | 2             | 1          | 72         | 37                                      |
| 198       | 2          |     | 2             | 1          | 57         | 10                                      |
| 199       | 3          |     | 3             | 2          | 46         | .                                       |
| 200       | 4          |     | 4             | 1          | 79         | 32                                      |

# Types of missing

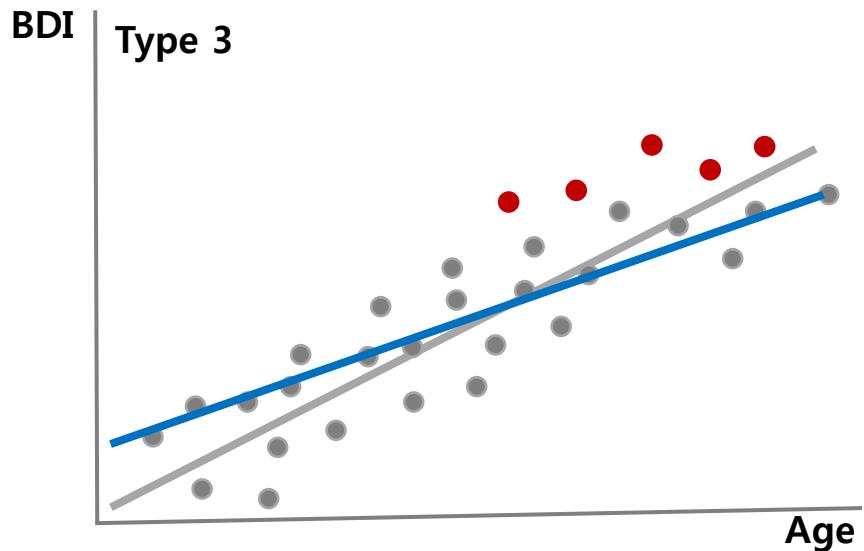
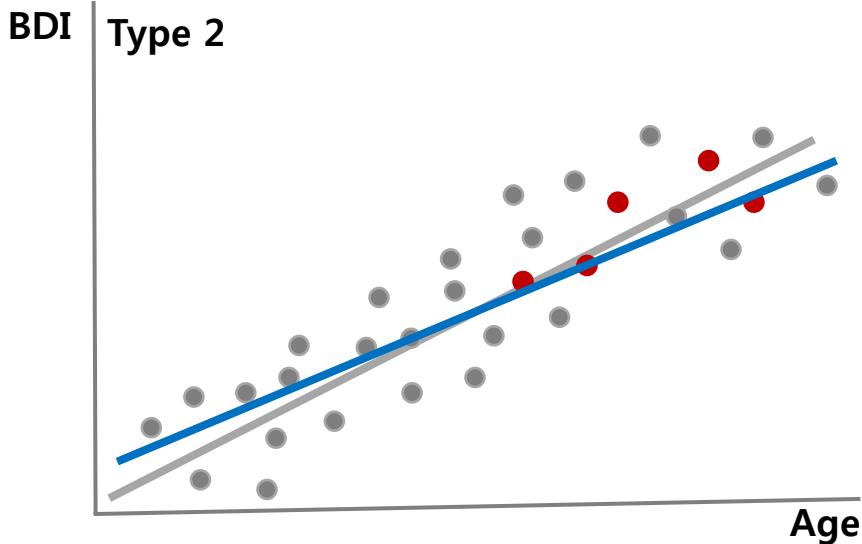
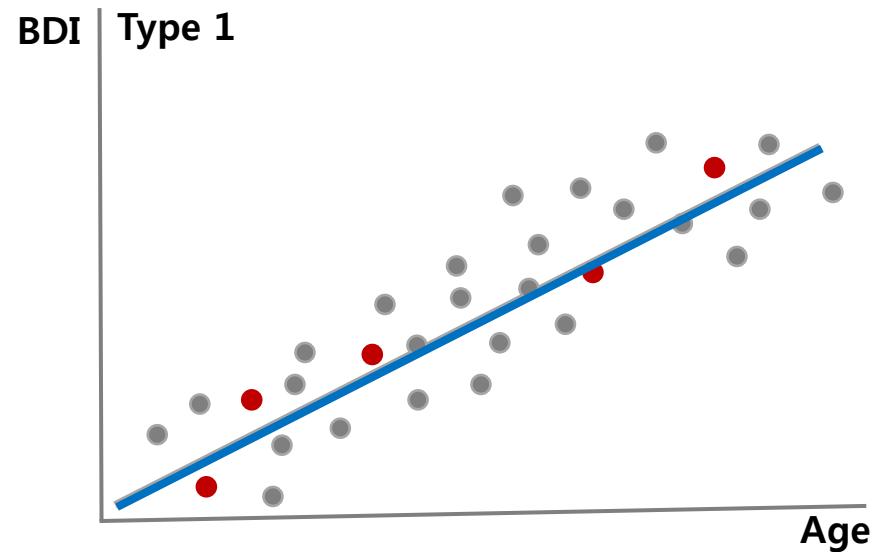
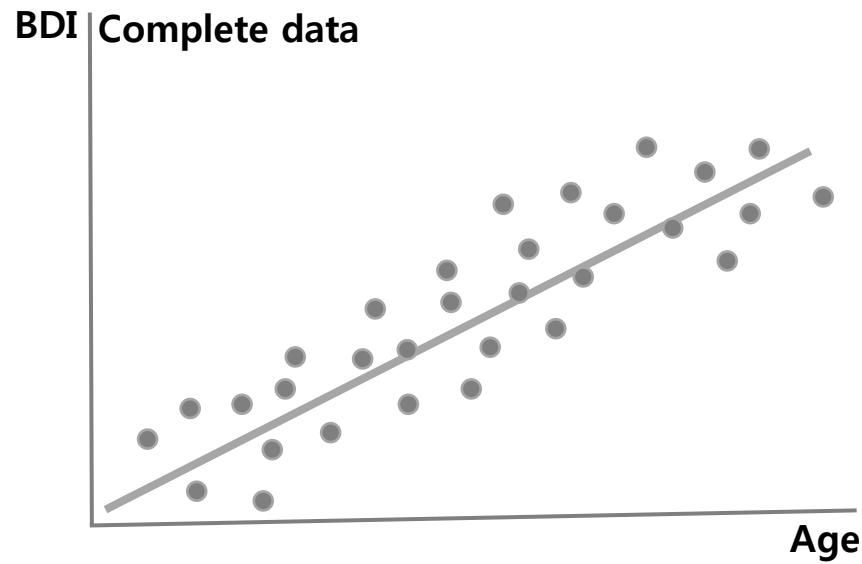


# Types of missing

---

- **Type 1 : Missing Completely At Random (MCAR)**
  - $\Pr(Y \text{ is missing}|X,Y) = \Pr(Y \text{ is missing})$
  - $\Pr(\text{missing})$  is unrelated to both observed(X) and unobserved data(Y)
  - Eg: accidentally missing
- **Type 2: Missing At Random (MAR)**
  - $\Pr(Y \text{ is missing}|X,Y) = \Pr(Y \text{ is missing}|X)$
  - $\Pr(\text{missing})$  depends only on observed data(X)
  - Eg: High missing in high X (high missing in older people)
- **Type 3: Missing Not At Random (MNAR)**
  - $\Pr(\text{missing})$  depends on both observed(X) and unobserved data (Y)
  - Eg: High missing in high X and Y (high missing in older and high BDI)

# Complete case analysis(관찰된 자료만 이용)

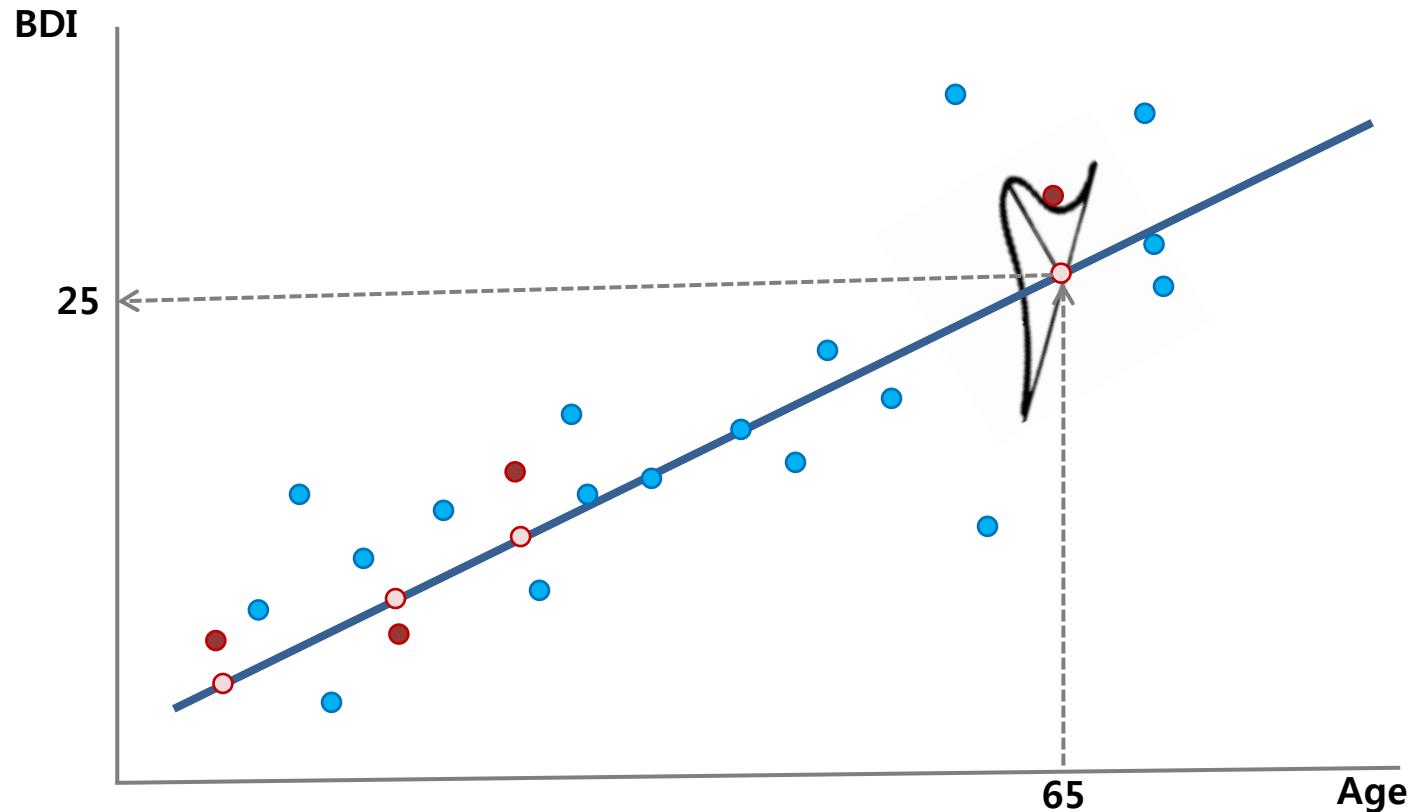


# Complete case analysis: ignoring missing

---

- MCAR (Type 1) : accidentally missing
    - 응답여부가  $Y$ ,  $X$ 와 무관하게 발생
    - 즉 응답자와 무응답자의  $Y$ 의 분포가 다르지 않음(not different)
    - 응답자만 가지고 분석결과는 응답자와 무응답자 모든 자료의 분석결과와 같음(unbiased estimates)
  - MAR (Type 2) : high missing in high  $X$ 
    - missing을 무시하는 경우,  $Y$ 의 추정치 또는  $Y$ 와  $X$ 의 관련성 추정치가 **biased**
  - MNAR (Type 3) : high missing in high  $Y$ 
    - missing을 무시하는 경우,  $Y$ 의 추정치 또는  $Y$ 와  $X$ 의 관련성 추정치가 **biased**
-

# Missing Imputation

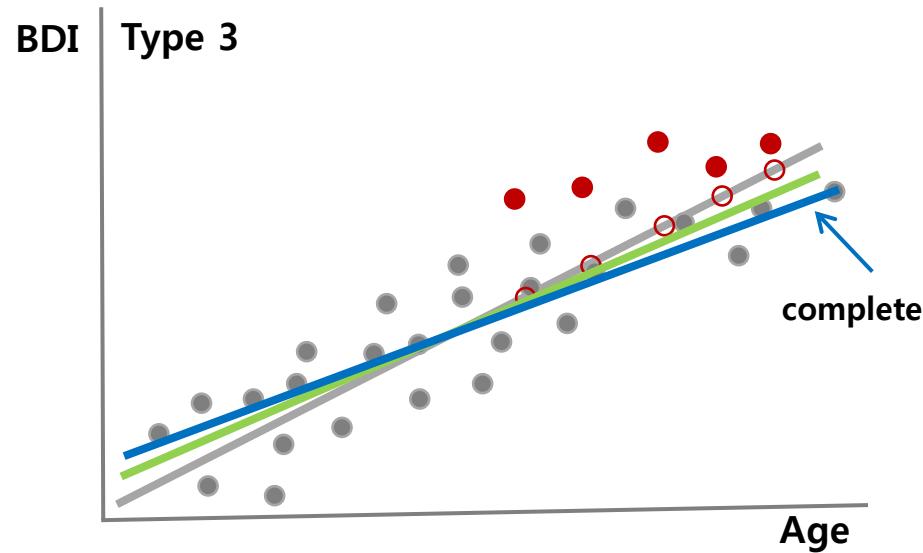
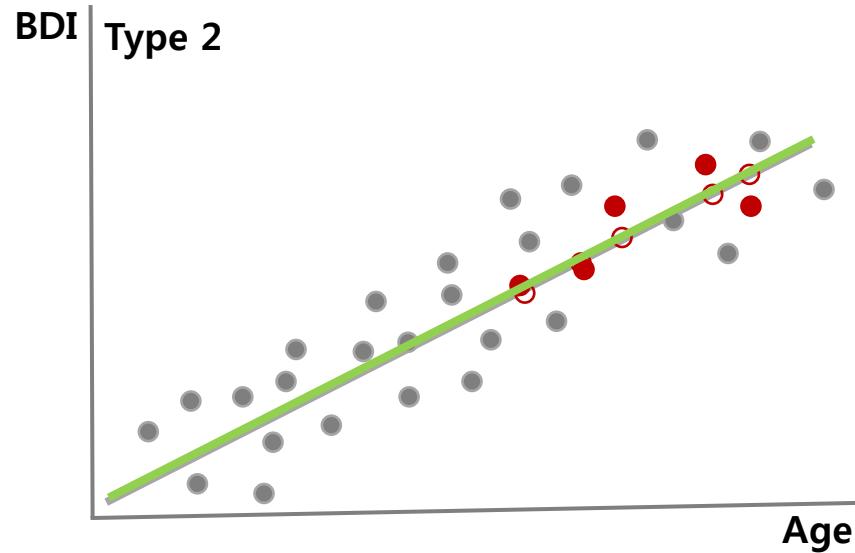
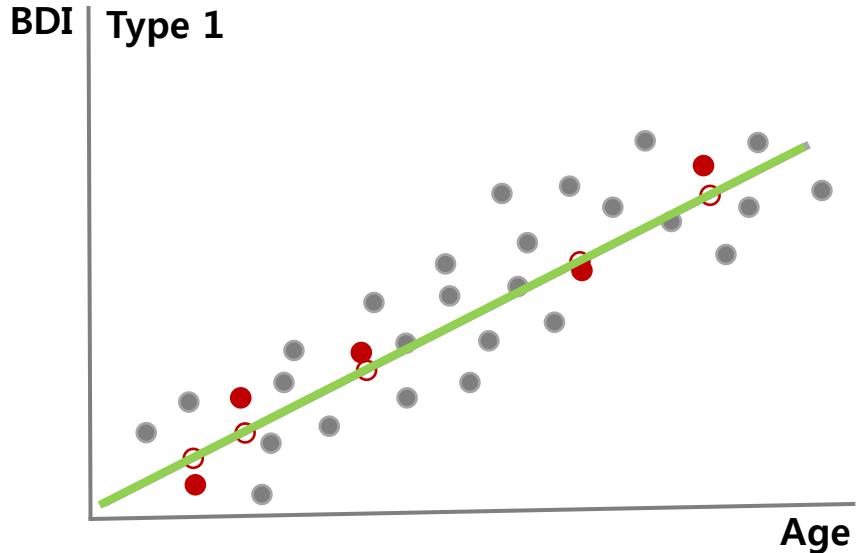


Imputation model 1:  $BDI_i = \beta_0 + \beta_1 age_i$  : 65세의 BDI missing은 모두 25로 대체

Imputation model 2:  $BDI_i = \beta_0 + \beta_1 age_i + e_i$ ,  $e_i \sim N(0, \sigma^2)$

: 65세의 BDI의 평균(25)과 분산( $\sigma^2$ )을 반영하여 imputed value 추출, 25, 23, 27, 30 등 다양

# Imputed data analysis



# Missing types and Imputation

---

- MCAR (Type 1) : accidentally missing
  - Both complete case analysis and imputed data analysis give unbiased estimates, but imputed data analysis gives higher statistical power than complete case analysis.
- MAR (Type 2) : high missing in high X
  - Proper imputation gives unbiased estimates while the estimates from complete data analysis could be biased estimates.
- MNAR (Type 3) : high missing in high Y
  - Imputation could not give unbiased estimates, but the bias could be less than that of complete case analysis.

# Imputation: Single and Multiple imputation

---

- Problem in single imputation

- If data are missing at random (MAR, MCAR), the estimates are unbiased.
- However, imputed data were treated as if they were real data, so the standard error of estimates are underestimates.

- Solution to single imputation

- Multiple imputation : make multiple imputed datasets and consider the uncertainty in imputation.

# Example of Multiple Imputation Analysis

---

- Imputed datasets

| Id  | Edu | ... | Income | Sex | Age | BDI | Imputed values |       |       |
|-----|-----|-----|--------|-----|-----|-----|----------------|-------|-------|
|     |     |     |        |     |     |     | Set 1          | Set 2 | Set 3 |
| 1   | 1   |     | 1      | 1   | 50  | 25  |                |       |       |
| 2   | 2   |     | 2      | 2   | 45  | 15  |                |       |       |
| 3   | 1   |     | 3      | 2   | 40  | 18  |                |       |       |
| 4   | 4   |     | 1      | 1   | 65  | .   | 25             | 23    | 27    |
| ... | 3   |     | 2      | 1   | 72  | 37  |                |       |       |
| 198 | 2   |     | 2      | 1   | 57  | 10  |                |       |       |
| 199 | 3   |     | 3      | 2   | 46  | .   | 16             | 20    | 14    |
| 200 | 4   |     | 4      | 1   | 79  | 32  |                |       |       |

- Imputed data와 observed data를 이용하여 분석

---

# Example of Multiple Imputation Analysis

---

- 연구목적: Age와 BDI의 관련성 추정( $BDI = \beta_0 + \beta_1 age$ )
- Imputed data와 observed data를 이용하여 분석
  - Set 1:  $BDI = 2 + 0.35 age$  : Age와 BDI의 관련성 0.35(SE=0.12)
  - Set 2:  $BDI = 2 + 0.4 age$  : Age와 BDI의 관련성 0.4 (SE=0.15)
  - Set 3:  $BDI = 2 + 0.25 age$  : Age와 BDI의 관련성 0.3 (SE=0.10)
- 각 Set의 결과는 Single imputation의 결과임
- Age와 BDI의 관련성 결과(estimate and its standard error)?
  - 추정치는 각 set에서의 추정치의 평균 ???
  - 추정치의 SE는 각 set에서의 추정치의 SE의 평균 ???

# Estimate and SE in multiple imputation

|       | Estimate( $\hat{\beta}$ ) | SE( $\hat{\beta}$ ) | $\text{Var}(\hat{\beta}) = \text{SE}^2$ |
|-------|---------------------------|---------------------|---|
| Set 1 | 0.35                      | 0.12                | 0.0144                                  |
| Set 2 | 0.4                       | 0.15                | 0.0225                                  |
| Set 3 | 0.3                       | 0.10                | 0.01                                    |
| 평균    | 0.35                      |                     | 0.0156                                  |

$$\rightarrow \text{SE}(\hat{\beta}) = \sqrt{0.0156} = 0.126$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \hat{\beta}^{(k)} = (0.35 + 0.4 + 0.3)/3 = 0.35$$

This SE estimate does not consider the uncertainty in imputation

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(\bar{\beta}) &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \text{Var}(\hat{\beta}^{(k)}) + \left(1 + \frac{1}{m}\right) \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\hat{\beta}^{(k)} - \bar{\beta})^2 \\
 &= \frac{0.12^2 + 0.15^2 + 0.10^2}{3} + \left(1 + \frac{1}{3}\right) \frac{1}{2} ((0.35 - 0.35)^2 + (0.4 - 0.35)^2 + (0.3 - 0.35)^2) \\
 &= 0.0156 + 0.0033 = 0.019 \quad \rightarrow \text{SE}(\bar{\beta}) = \sqrt{0.019} = 0.138
 \end{aligned}$$

# Estimate and SE in multiple imputation

- Estimate of multiple imputation :

$$\bar{\beta} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \hat{\beta}^{(k)}$$

- Variance of multiple imputation

$$\text{Var}(\bar{\beta}) = \underbrace{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \text{Var}(\hat{\beta}^{(k)})}_{\text{Within-imputation variance}} + \left(1 + \frac{1}{m}\right) \underbrace{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\hat{\beta}^{(k)} - \bar{\beta})^2}_{\text{Between-imputation variance}}$$

$\beta=0.35$  SE=0.12

$\beta=0.4$  SE=0.15

$\beta=0.3$  SE=0.10

추정치들의 표준오차의 평균

$$=(0.12^2+0.15^2+0.10^2)/3$$

$\beta=0.35$  SE=0.12

$\beta=0.4$  SE=0.15

$\beta=0.3$  SE=0.10

Imputation에 따른 추정치들의 변동

$$=((0.35-0.35)^2+(0.4-0.35)^2+(0.3-0.35)^2)/2$$

Imputation set이 많아지면, multiple imputation에서 추정치의 분산 감소

그럼 몇 개의 imputation set이 적절할까?

m? 일반적으로 5개 정도

# Multiple imputation 예제

---

## ▪ 자료

- 연구 목적: antisocial behavior와 관련요인
- 자료원: National Longitudinal Survey of Youth
- 581 children, surveyed in 1990
- 10개의 변수 중 5개의 변수에 결측치 있음: SELF, POV, BLACK, HISPANIC, MOMWORK

# 자료 설명

|   | anti | self | pov | black | hispanic | childage | divorce | gender | momage | momwork |
|---|------|------|-----|-------|----------|----------|---------|--------|--------|---------|
| 1 | 1    | 21   | 1   | 0     | 0        | 8.00     | 0       | 1      | 21     | 0       |
| 2 | 0    | 20   | .   | .     | .        | 8.42     | 0       | 1      | 22     | 1       |
| 3 | 5    | 21   | 0   | .     | .        | 8.08     | 1       | 0      | 18     | 0       |
| 4 | 2    | 23   | 0   | 0     | 0        | 8.25     | 0       | 0      | 24     | 0       |
| 5 | 1    | 22   | 0   | 0     | 0        | 9.33     | 0       | 1      | 22     | 0       |
| 6 | 1    | .    | 0   | 0     | 0        | 8.58     | 0       | 0      | 24     | 0       |
| 7 | 3    | 24   | 0   | 0     | 0        | 9.25     | 1       | 1      | 23     | .       |
| 8 | 4    | 19   | 0   | .     | .        | 8.50     | 1       | 0      | 18     | 0       |
| 9 | 1    | 21   | .   | .     | .        | 8.08     | 0       | 0      | 24     | 0       |

|          |  |
|----------|--|
| ANTI     | antisocial behavior, measured with a scale ranging from 0 to 6.  |
| SELF     | self-esteem, measured with a scale ranging <u>from 6 to 24</u> . |
| POV      | poverty status of family, coded 1 for in poverty, otherwise 0.   |
| BLACK    | 1 if child is black, otherwise 0                                 |
| HISPANIC | 1 if child is Hispanic, otherwise 0                              |
| CHILDAGE | child's age in 1990  |
| DIVORCE  | 1 if mother was divorced in 1990, otherwise 0                    |
| GENDER   | 1 if female, 0 if male   |
| MOMAGE   | mother's age at birth of child                                   |
| MOMWORK  | 1 if mother was employed in 1990, otherwise 0                    |

# 결측 패턴 분석

Nlsymiss.sav [데이터집합1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

파일(F) 편집(E) 보기(V) 데이터(D) 변환(I) 분석(A) 디아렉트 마케팅(M) 그래프(G) 유ти리티(U) 참(W)

24 :

|    | anti | self | pov |  |
|----|------|------|-----|--|
| 1  | 1    | 21   | 1   |  |
| 2  | 0    | 20   | .   |  |
| 3  | 5    | 21   | 0   |  |
| 4  | 2    | 23   | 0   |  |
| 5  | 1    | 22   | 0   |  |
| 6  | 1    | .    | 0   |  |
| 7  | 3    | 24   | 0   |  |
| 8  | 4    | 19   | 0   |  |
| 9  | 1    | 21   | .   |  |
| 10 | 4    | 9    | 0   |  |
| 11 | 3    | 20   | 1   |  |
| 12 | 3    | 15   | .   |  |
| 13 | 3    | .    | .   |  |
| 14 | 1    | .    | 0   |  |
| 15 | 3    | 21   | 0   |  |
| 16 | 2    | 16   | .   |  |
| 17 | 1    | 18   | .   |  |
| 18 | 0    | .    | 0   |  |
| 19 |      |      |     |  |

보고서(P) 기술통계량(E) 표 평균 비교(M) 일반선형모형(G) 일반화 선형 모형(Z) 혼합 모형(X) 상관분석(C) 회귀분석(R) 로그선형분석(O) 신경망(W) 분류분석(Y) 차원 감소(D) 척도(A) 비모수 검정(N) 예측(I) 생존확률(S) 다중응답(U) 결측값 분석(V)...

다중 대입(I) 복합 표본(L) 시뮬레이션... 품질 관리(Q) ROC 곡선(V)...

패턴 분석(A)...

결측 데미터 값 대입(I)...

|   | childage | divorce |
|---|----------|---------|
| 0 | 8.00     |         |
| . | 8.42     |         |
| . | 8.08     |         |
| 0 | 8.25     |         |
| 0 | 9.33     |         |
| 0 | 8.58     |         |
| 0 | 9.25     |         |
| . | 8.50     |         |
| . | 8.08     |         |
| 0 | 9.17     |         |
| . | 8.83     |         |
| 1 | 9.17     |         |
| 0 | 8.58     |         |
| 0 | 8.75     |         |
| 0 | 8.67     |         |
| . | 9.33     |         |

# 패턴분석 실행

The image displays two side-by-side screenshots of a software application titled "패턴 분석".

**Left Screenshot:** Shows the initial state where the variable list on the left contains all variables: anti, self, pov, black, hispanic, childage, divorce, gender, momage, and momwork. The analysis list on the right is empty. A "분석 가중값(W)" input field is present at the bottom.

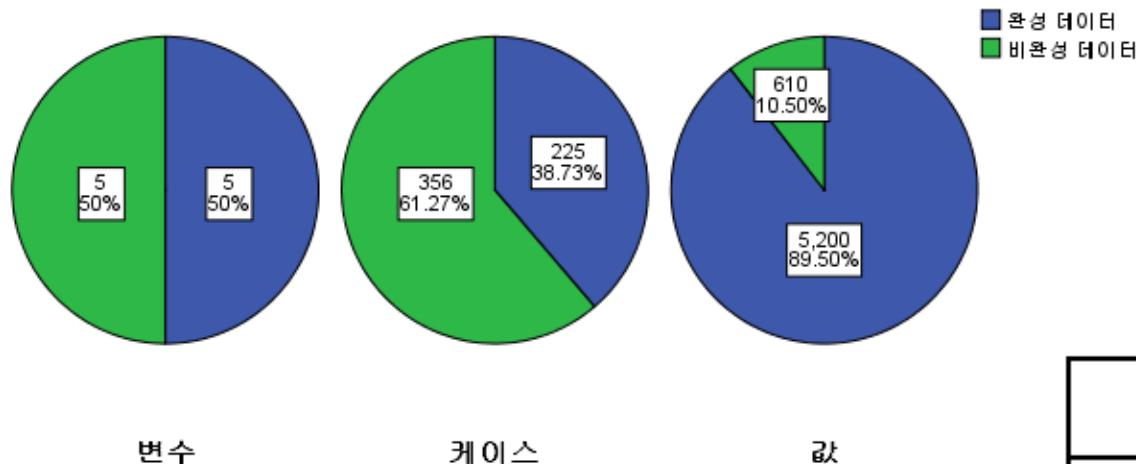
**Right Screenshot:** Shows the state after selection. The variable list now only contains race and povq. The analysis list now contains all the variables from the left list. The "분석 가중값(W)" input field is also present at the bottom.

**Common Interface Elements:**

- Variable Selection (V):** A list of variables on the left side of both windows.
- Analysis Selection (A):** A list of variables on the right side of both windows.
- Analysis Weight (W):** An input field at the bottom of both windows.
- Output Results:** A section at the bottom left containing three checked checkboxes:
  - 결측값 요약(S)
  - 결측값 패턴(N)
  - 가장 높은 빈도의 결측값을 포함한 변수(H)
- Display Options:** Includes "표시된 최대 변수 수(X): 25" and "표시할 변수에 대한 최소 결측(%)(N): 10".
- Buttons:** At the bottom of each window are five buttons: 확인 (Confirm), 불여넣기(P) (Paste), 재설정(R) (Reset), 취소 (Cancel), and 도움말 (Help).

## 결측값

결측값의 전체 요약



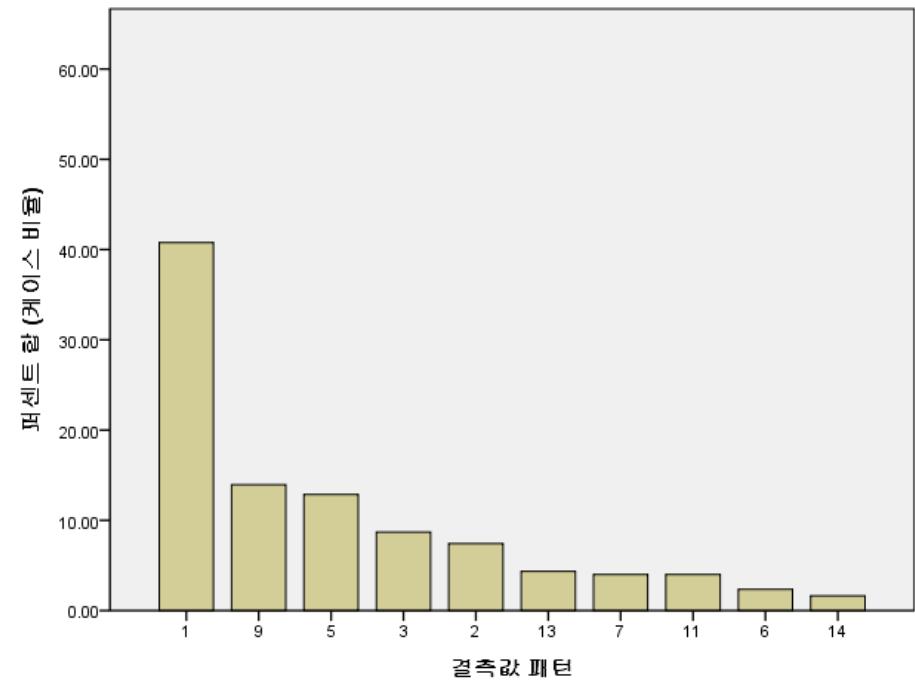
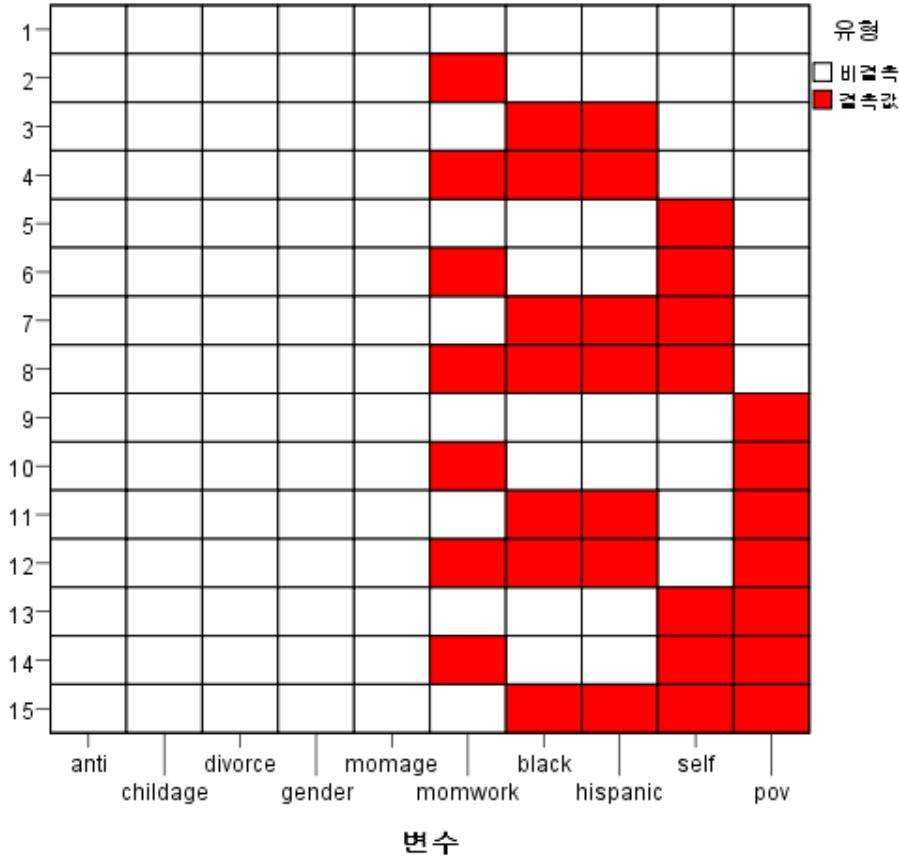
변수 요약<sup>a,b</sup>

|          | 결측값 |       | 유효수 |
|----------|-----|-------|-----|
|          | N   | 백분율   |     |
| pov      | 150 | 25.8% | 431 |
| self     | 148 | 25.5% | 433 |
| hispanic | 113 | 19.4% | 468 |
| black    | 113 | 19.4% | 468 |
| momwork  | 86  | 14.8% | 495 |

a. 나타난 최대 변수 수: 25

b. 포함할 변수에 대한 최소 결측값(%):  
10.0%

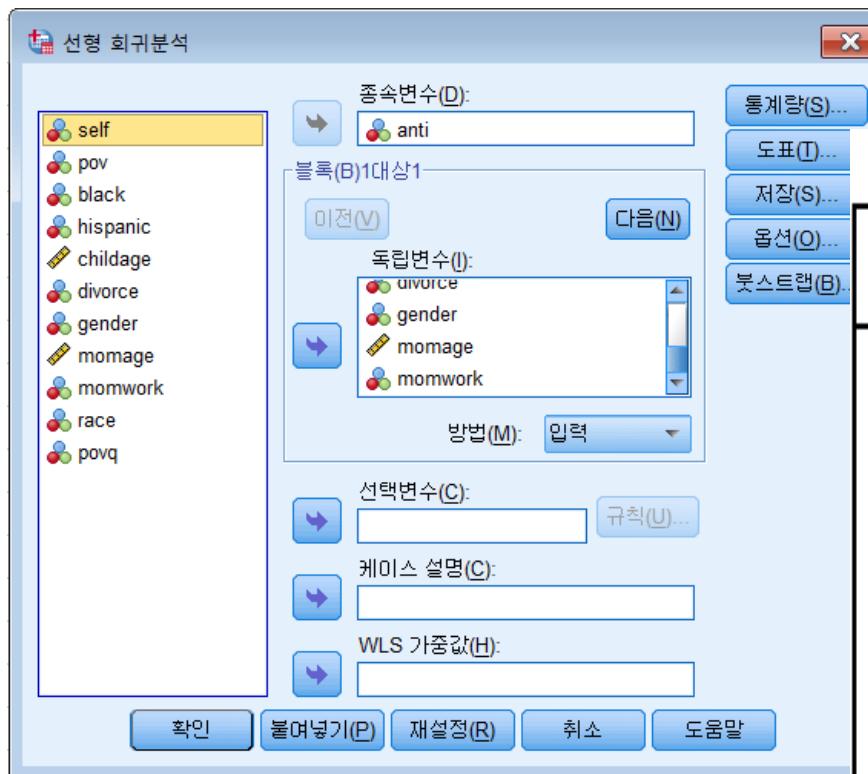
결측값 패턴



10개의 가장 빈번하게 발생하는 패턴이 차트에 표시되어 있습니다.

# 분석 1: complete case analysis(결측자료 무시)

## ▪ Anti-social behavior와 관련요인 분석



| 모형       | 비표준화 계수 |       | 표준화 계수 | t      | 유의 확률 |
|----------|---------|-------|--------|--------|-------|
|          | B       | 표준오차  |        |        |       |
| 1 (상수)   | 2.865   | 1.991 |        | 1.439  | .152  |
| self     | -.045   | .031  | -.097  | -1.445 | .150  |
| pov      | .719    | .237  | .230   | 3.031  | .003  |
| black    | .051    | .249  | .016   | .203   | .839  |
| hispanic | -.357   | .255  | -.104  | -1.398 | .164  |
| childage | .002    | .171  | .001   | .012   | .991  |
| divorce  | .087    | .245  | .024   | .355   | .723  |
| gender   | -.335   | .198  | -.110  | -1.687 | .093  |
| momage   | -.012   | .046  | -.017  | -.260  | .795  |
| momwork  | .254    | .218  | .081   | 1.170  | .243  |

a. 종속변수: anti

# 분석 2: 결측값 대체\_변수지정

SPSS Data Editor

분석(A)      다이렉트 마케팅(M)      그래프(G)      유ти리티(U)      참(V)

보고서(P)      기술통계량(E)      표      평균 비교(M)      일반선형모형(G)      일반화 선형 모형(Z)      혼합 모형(X)      상관분석(C)      회귀분석(R)      로그선형분석(O)      신경망(W)      분류분석(Y)      차원 감소(D)      척도(A)      비모수 검정(N)      예측(I)      생존확률(S)      다중응답(U)      결측값 분석(V)...

다중 대입(I)      복합 표본(L)      시뮬레이션...      품질 관리(Q)      ROC 곡선(V)...

변수: childage      divisor

|   | childage | divor |
|---|----------|-------|
| 0 | 8.00     |       |
| . | 8.42     |       |
| . | 8.08     |       |
| 0 | 8.25     |       |
| 0 | 9.33     |       |
| 0 | 8.58     |       |
| 0 | 9.25     |       |
| . | 8.50     |       |
| . | 8.08     |       |
| 0 | 9.17     |       |
| . | 8.83     |       |
| 1 | 9.17     |       |
| 0 | 8.58     |       |
| 0 | 8.75     |       |

결측 데이터 값 대입

변수:      방법      제약조건      출력결과

변수(V): race      povq

모형의 변수(A): anti      self      pov      black      hispanic      childage

분석 가중값(W):

대입(M): 5

대입한 데이터의 위치

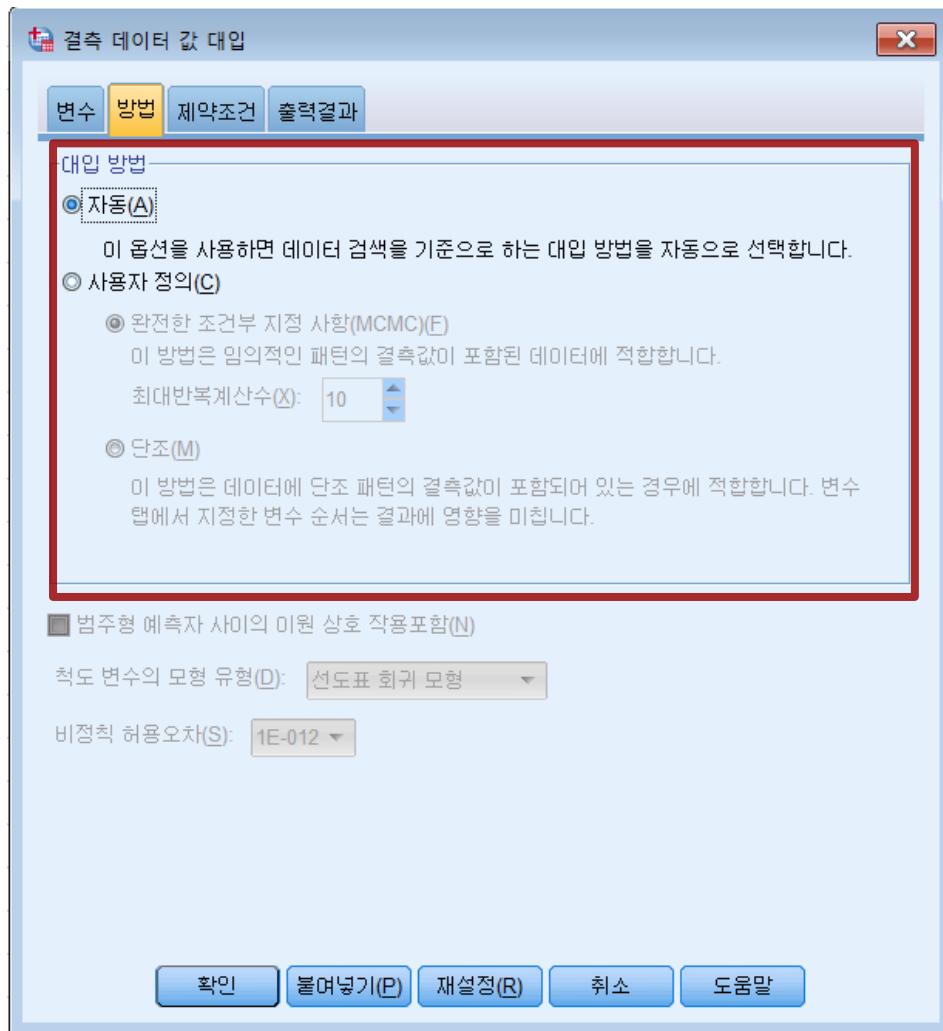
새 데이터 집합 만들기(C)  
데이터 집합 이름(D): imputed\_db

새 데이터 파일에 쓰기(N)      찾기(B)...

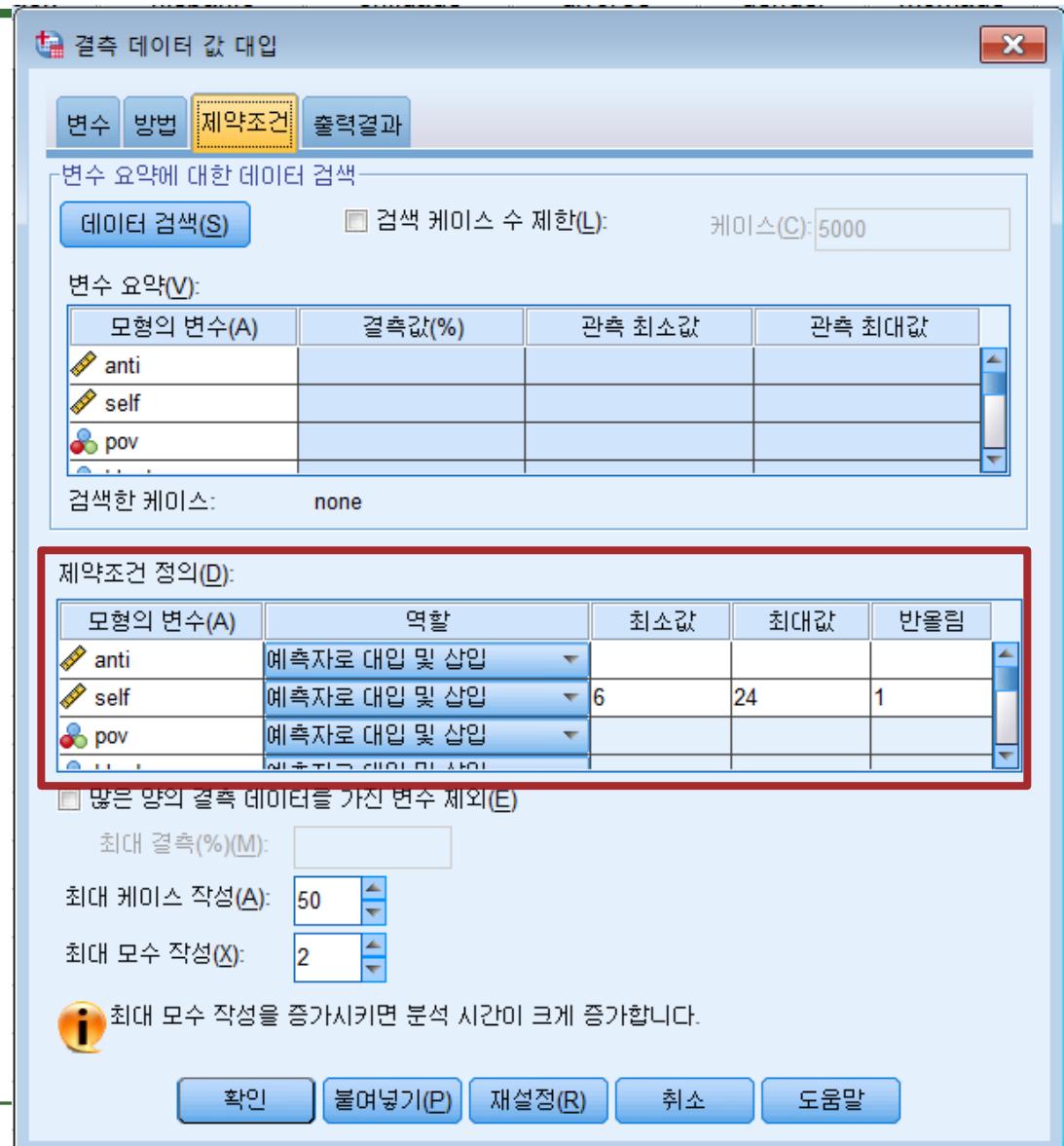
대입한 값이 포함된 데이터 집합을 생성하면 아이콘으로 표시된 일반 SPSS Statistics 분석 프로시저를 사용하여 데이터를 분석할 수 있습니다. 지원되는 분석 프로시저의 전체 목록에 대한 도움말을 참조하십시오.

확인      붙여넣기(P)      재설정(R)      취소      도움말

# 결측값 대체\_방법 지정



# 결측값 대체\_제약 조건



# 결측값 대체 결과

대인 제약

|          | 대인에서의 역할 |     | 대인된 값  |        |     |
|----------|----------|-----|--------|--------|-----|
|          | 종속       | 예측자 | 최소값    | 최대값    | 반올림 |
| anti     | 예        | 예   | (지정않음) | (지정않음) |     |
| self     | 예        | 예   | 6      | 24     | 정수  |
| pov      | 예        | 예   |        |        |     |
| black    | 예        | 예   |        |        |     |
| hispanic | 예        | 예   |        |        |     |
| childage | 예        | 예   | (지정않음) | (지정않음) |     |
| divorce  | 예        | 예   |        |        |     |
| gender   | 예        | 예   |        |        |     |
| momage   | 예        | 예   | (지정않음) | (지정않음) |     |
| momwork  | 예        | 예   |        |        |     |

대인 결과

| 대인 방법             |                        | 완전한 조건 지정 사항  | 10 |
|-------------------|------------------------|---|----|
| 완전한 조건 지정 방법 반복계산 |                        |   |    |
| 종속변수              | 대인                     | self,pov,black,hispanic,momwork   | 10 |
|                   | 대인되지 않음(결측값이<br>너무 많음) | anti,childage,divorce,gender,momage                                     |    |
| 대인 시퀀스            | 대인되지 않음(결측값<br>없음)     | anti,childage,divorce,gender,momage,momwork,black,<br>hispanic,self,pov | 10 |

대인 모형

|          | 모형      |   | 결측값 | 대인된 값 |
|----------|---------|---|-----|-------|
|          | 유형      | 효과  |     |       |
| momwork  | 로지스틱    | divorce,<br>gender,black,<br>hispanic,pov,<br>anti,childage,<br>momage,self             | 86  | 430   |
| black    | 로지스틱    | divorce,<br>gender,<br>momwork,<br>hispanic,pov,<br>anti,childage,<br>momage,self       | 113 | 565   |
| hispanic | 로지스틱    | divorce,<br>gender,<br>momwork,<br>black,pov,anti,<br>childage,<br>momage,self          | 113 | 565   |
| self     | 선형 회귀분석 | divorce,<br>gender,<br>momwork,<br>black,<br>hispanic,pov,<br>anti,childage,<br>momage  | 148 | 740   |
| pov      |         | divorce,<br>gender,<br>momwork,<br>black,<br>hispanic,anti,<br>childage,<br>momage,self | 150 | 750   |

# MI data

\*제목없음2 [imputed\_db] - IBM SPSS Statistics Data Editor

파일(E) 편집(E) 보기(V) 데이터(D) 변환(I) 분석(A) 다이렉트 마케팅(M) 그래프(G) 유ти리티(U) 참(W) 도움말(H)

표시: 13 / 13 변수 원래 데이터

|     | Imputation_ | anti | self | pov | black | hispanic | childage | divorce | gender | momage | momwork | race |  |
|-----|-------------|------|------|-----|-------|----------|----------|---------|--------|--------|---------|------|--|
| 573 | 0           | 2    | 17   | .   | 1     | 0        | 8.25     | 0       | 0      | 20     | 1       | 2    |  |
| 574 | 0           | 2    | 24   | 1   | 1     | 0        | 8.25     | 0       | 0      | 20     | .       | 2    |  |
| 575 | 0           | 4    | 16   | 0   | .     | .        | 9.08     | 0       | 1      | 24     | 1       | .    |  |
| 576 | 0           | 1    | .    | 0   | 1     | 0        | 8.00     | 0       | 1      | 25     | 1       | 2    |  |
| 577 | 0           | 3    | .    | 1   | 0     | 1        | 8.75     | 0       | 0      | 20     | 1       | 3    |  |
| 578 | 0           | 0    | 18   | 0   | 0     | 1        | 9.42     | 0       | 1      | 18     | 1       | 3    |  |
| 579 | 0           | 2    | 18   | .   | 1     | 0        | 8.08     | 1       | 1      | 19     | 0       | 2    |  |
| 580 | 0           | 2    | 21   | 0   | 0     | 1        | 8.50     | 0       | 0      | 21     | 0       | 3    |  |
| 581 | 0           | 1    | 21   | .   | 1     | 0        | 9.67     | 0       | 0      | 20     | .       | 2    |  |
| 582 | 1           | 1    | 21   | 1   | 0     | 0        | 8.00     | 0       | 1      | 21     | 0       | 1    |  |
| 583 | 1           | 0    | 20   | 0   | 0     | 1        | 8.42     | 0       | 1      | 22     | 1       | .    |  |
| 584 | 1           | 5    | 21   | 0   | 0     | 0        | 8.08     | 1       | 0      | 18     | 0       | .    |  |
| 585 | 1           | 2    | 23   | 0   | 0     | 0        | 8.25     | 0       | 0      | 24     | 0       | 1    |  |
| 586 | 1           | 1    | 22   | 0   | 0     | 0        | 9.33     | 0       | 1      | 22     | 0       | 1    |  |
| 587 | 1           | 1    | 23   | 0   | 0     | 0        | 8.58     | 0       | 0      | 24     | 0       | 1    |  |
| 588 | 1           | 3    | 24   | 0   | 0     | 0        | 9.25     | 1       | 1      | 23     | 0       | 1    |  |
| 589 | 1           | 4    | 19   | 0   | 0     | 1        | 8.50     | 1       | 0      | 18     | 0       | .    |  |
| 590 | 1           | 1    | 21   | 0   | 0     | 1        | 8.08     | 0       | 0      | 24     | 0       | .    |  |
| 591 | 1           | 4    | 9    | 0   | 0     | 0        | 9.17     | 1       | 0      | 20     | 0       | 1    |  |

# MI data를 이용한 자료분석

The screenshot shows the SPSS Data Editor window and the Analyze menu open. The menu path selected is **분석(A) > 회귀분석(R) > 선형(L)**. The main window displays the "선형 회귀분석" (Linear Regression) dialog box. In the "선택변수(C)" (Dependent Variable) section, "childage" is listed. In the "독립변수(I)" (Independent Variables) section, "self", "pov", "black", and "hispanic" are listed. The "방법(M)" (Method) dropdown is set to "입력". Other tabs like "통계량(S)", "도표(T)", and "저장(S)" are visible on the right.

# MI 자료분석 결과

| 대입 수   | 모형     | 계수 <sup>a</sup> |       |        |       |        |          |          |
|--------|--------|-----------------|-------|--------|-------|--------|----------|----------|
|        |        | 비표준화 계수         |       | 표준화 계수 | t     | 유의 확률  | 분수 누락 정보 | 상대 증가 분산 |
| 원래 데이터 | 1 (상수) | B               | 표준오차  | 베타     |       |        |          |          |
|        |        | 2.865           | 1.991 |        | 1.439 | .152   |          |          |
|        |        | self            | .045  | .031   | -.097 | -1.445 | .150     |          |
|        |        | pov             | .719  | .237   | .230  | 3.031  | .003     |          |
|        |        | black           | .051  | .249   | .016  | .203   | .839     |          |
|        |        | hispanic        | -.357 | .255   | -.104 | -1.398 | .164     |          |
|        |        | childage        | .002  | .171   | .001  | .012   | .991     |          |
|        |        | divorce         | .087  | .245   | .024  | .355   | .723     |          |
|        |        | gender          | -.335 | .198   | -.110 | -1.687 | .093     |          |
|        |        | momage          | -.012 | .046   | -.017 | -.260  | .795     |          |
| 1      | 1 (상수) | momwork         | .254  | .218   | .081  | 1.170  | .243     |          |
|        |        | 2.588           | 1.213 |        | 2.134 | .033   |          |          |
|        |        | self            | -.071 | .020   | -.141 | -3.492 | .001     |          |
|        |        | pov             | .581  | .137   | .189  | 4.233  | .000     |          |
|        |        | black           | .116  | .123   | .039  | .943   | .346     |          |
|        |        | hispanic        | -.289 | .122   | -.095 | -2.376 | .018     |          |
|        |        | childage        | .003  | .100   | .001  | .032   | .974     |          |
|        |        | divorce         | -.071 | .144   | -.021 | -.495  | .621     |          |
|        |        | gender          | -.566 | .117   | -.193 | -4.842 | .000     |          |
|        |        | momage          | .021  | .028   | .031  | .750   | .454     |          |
| 2      | 1 (상수) | momwork         | .255  | .129   | .082  | 1.976  | .049     |          |
|        |        | 2.493           | 1.208 |        | 2.064 | .040   |          |          |
|        |        | self            | -.053 | .020   | -.105 | -2.625 | .009     |          |
|        |        | pov             | .870  | .141   | .279  | 6.182  | .000     |          |
|        |        | black           | -.076 | .138   | -.025 | -.548  | .584     |          |
|        |        | hispanic        | -.328 | .156   | -.093 | -2.105 | .036     |          |

| 대입 수 | 모형     | 비표준화 계수  |       | 표준화 계수<br>베타 | t     | 유의 확률  | 분수 누락 정보 | 상대 증가 분산 | 상대 효율 |
|------|--------|----------|-------|--------------|-------|--------|----------|----------|-------|
|      |        | B        | 표준오차  |              |       |        |          |          |       |
| 4    | 1 (상수) | 2.764    | 1.219 |              | 2.267 | .024   |          |          |       |
|      |        | self     | -.055 | .019         | -.115 | -2.876 | .004     |          |       |
|      |        | pov      | .660  | .140         | .213  | 4.720  | .000     |          |       |
|      |        | black    | .091  | .144         | .029  | .636   | .525     |          |       |
|      |        | hispanic | -.348 | .143         | -.107 | -2.432 | .015     |          |       |
|      |        | childage | -.036 | .100         | -.015 | -.357  | .721     |          |       |
|      |        | divorce  | -.103 | .143         | -.030 | -.722  | .471     |          |       |
|      |        | gender   | -.543 | .116         | -.185 | -4.669 | .000     |          |       |
|      |        | momage   | .015  | .028         | .022  | .527   | .598     |          |       |
|      |        | momwork  | .217  | .131         | .070  | 1.649  | .100     |          |       |
| 5    | 1 (상수) | 2.418    | 1.232 |              | 1.963 | .050   |          |          |       |
|      |        | self     | -.046 | .020         | -.095 | -2.340 | .020     |          |       |
|      |        | pov      | .624  | .140         | .202  | 4.463  | .000     |          |       |
|      |        | black    | .136  | .122         | .046  | 1.108  | .268     |          |       |
|      |        | hispanic | -.283 | .121         | -.093 | -2.337 | .020     |          |       |
|      |        | childage | -.031 | .101         | -.013 | -.313  | .755     |          |       |
|      |        | divorce  | -.109 | .145         | -.031 | -.753  | .452     |          |       |
|      |        | gender   | -.546 | .117         | -.186 | -4.658 | .000     |          |       |
|      |        | momage   | .021  | .028         | .031  | .730   | .466     |          |       |
|      |        | momwork  | .191  | .129         | .061  | 1.479  | .140     |          |       |
| 통합   | 1 (상수) | 2.523    | 1.229 |              | 2.052 | .040   |          | .021     | .996  |
|      |        | self     | -.055 | .022         |       | -2.492 | .014     | .223     | .260  |
|      |        | pov      | .698  | .188         |       | 3.712  | .001     | .501     | .826  |
|      |        | black    | .070  | .161         |       | .435   | .666     | .361     | .488  |
|      |        | hispanic | -.330 | .146         |       | -2.265 | .024     | .143     | .156  |
|      |        | childage | -.023 | .101         |       | -.226  | .821     | .030     | .031  |
|      |        | divorce  | -.108 | .148         |       | -.731  | .465     | .063     | .065  |
|      |        | gender   | -.553 | .117         |       | -4.728 | .000     | .008     | .998  |
|      |        | momage   | .021  | .029         |       | .725   | .469     | .039     | .040  |
|      |        | momwork  | .207  | .139         |       | 1.487  | .138     | .143     | .157  |

# 결과 비교(complete data, imputed data)

계수<sup>a</sup>

| 대입 수     | 모형       | 비표준화 계수 |       | 표준화 계수<br>베타 | t      | 유의 확률 | 분수 누락 정보 | 상대 증가 분산 | 상대 효율 |
|----------|----------|---------|-------|--------------|--------|-------|----------|----------|-------|
|          |          | B       | 표준오차  |              |        |       |          |          |       |
| 원래 데이터 1 | (상수)     | 2.865   | 1.991 |              | 1.439  | .152  |          |          |       |
|          | self     | -.045   | .031  | -.097        | -1.445 | .150  |          |          |       |
|          | pov      | .719    | .237  | .230         | 3.031  | .003  |          |          |       |
|          | black    | .051    | .249  | .016         | .203   | .839  |          |          |       |
|          | hispanic | -.357   | .255  | -.104        | -1.398 | .164  |          |          |       |
|          | childage | .002    | .171  | .001         | .012   | .991  |          |          |       |
|          | divorce  | .087    | .245  | .024         | .355   | .723  |          |          |       |
|          | gender   | -.335   | .198  | -.110        | -1.687 | .093  |          |          |       |
|          | momage   | -.012   | .046  | -.017        | -.260  | .795  |          |          |       |
|          | momwork  | .254    | .218  | .081         | 1.170  | .243  |          |          |       |
| 등장 1     | (상수)     | 2.523   | 1.229 |              | 2.052  | .040  |          | .021     | .996  |
|          | self     | -.055   | .022  |              | -2.492 | .014  |          | .223     | .957  |
|          | pov      | .698    | .188  |              | 3.712  | .001  |          | .501     | .909  |
|          | black    | .070    | .161  |              | .435   | .666  |          | .361     | .933  |
|          | hispanic | -.330   | .146  |              | -2.265 | .024  |          | .143     | .972  |
|          | childage | -.023   | .101  |              | -.226  | .821  |          | .030     | .994  |
|          | divorce  | -.108   | .148  |              | -.731  | .465  |          | .063     | .988  |
|          | gender   | -.553   | .117  |              | -4.728 | .000  |          | .008     | .998  |
|          | momage   | .021    | .029  |              | .725   | .469  |          | .039     | .992  |
|          | momwork  | .207    | .139  |              | 1.487  | .138  |          | .143     | .972  |

a 표준비수: anti

# 다중 대입에서 다음의 경고를 본다면

---

## 경고

self에 대한 대입 모형은 100 모수보다 많이 포함되어 있습니다. 결측값은 대입되지 않습니다. 범주형 변수의 조밀한 범주를 병합하거나 순서형 변수의 측정 레벨을 척도로 변경하거나 양방향 상호 작용을 제거하거나 일부 변수의 역할에 제한을 지정함으로써 대입 모형의 효과 수를 줄이면 문제를 해결할 수 있습니다. 또한 IMPUTE 부명령문의 MAXMODELPARAM 키워드에 허용되는 모수의 최대 수를 증가시킵니다.

이 명령 실행이 중단되었습니다

# 변수 유형 정리(결측값 대체 실행 전에)

결측 데이터 값 대입

변수      방법      제약조건      출력결과

변수(V):

- anti
- self
- pov
- black
- hispanic
- childage
- divorce
- gender
- momage

대입(M): 5

대입한 데이터의 위치:

- 새 데이터 집합 만들기
- 데이터 집합 이름:
- 새 데이터 파일에 쓰기

대입한 값이 포함된 데이터 프로세서의 전체

확인

모형의 변수(A)

Nlsymmiss.sav [데이터집합1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

파일(F) 편집(E) 보기(V) 데이터(D) 변환(I) 분석(A) 다이렉트 마케팅(M) 그래프(G) 유ти리티(U) 창(W) 도움말(H)

|   | 이름       | 유형 | 너비 | 소수점... | 설명 | 값  | 결측값 | 열  | 맞춤    | 측도    | 역할 |
|---|----------|----|----|--------|----|----|-----|----|-------|-------|----|
| 1 | anti     | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6  | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 2 | self     | 숫자 | 2  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6  | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 3 | pov      | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 5  | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 4 | black    | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 7  | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 5 | hispanic | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 10 | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 6 | childage | 숫자 | 5  | 2      |    | 없음 | 없음  | 10 | 줄 오른쪽 | 척도(S) | 입력 |
| 7 | divorce  | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 9  | 줄 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |

# 연속형 자료: 측도 확인

- 소수점이 없는 연속형 자료
- 예: anti-social(0,1,..., 6), self(9,10,..., 24)
- 자료의 측도가 자동적으로 명목형(nominal)로 지정될 수 있음



The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Data Editor interface. The title bar reads "Nlsymmiss.sav [데이터집합1] - IBM SPSS Statistics Data Editor". The menu bar includes "파일(F)", "편집(E)", "보기(V)", "데이터(D)", "변환(I)", "분석(A)", "다이렉트 마케팅(M)", "그래프(G)", "유ти리티(U)", "창(W)", and "도움말(H)". Below the menu is a toolbar with various icons for file operations like opening, saving, and filtering. The main area is a data grid with the following columns: 이름 (Name), 유형 (Type), 너비 (Width), 소수점... (Decimals), 설명 (Label), 값 (Value), 결측값 (Missing Value), 열 (Column), 맞춤 (Format), 측도 (Scale), and 역할 (Role). The data rows are:

|   | 이름       | 유형 | 너비 | 소수점... | 설명 | 값  | 결측값 | 열  | 맞춤    | 측도    | 역할 |
|---|----------|----|----|--------|----|----|-----|----|-------|-------|----|
| 1 | anti     | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6  | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 2 | self     | 숫자 | 2  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6  | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 3 | pov      | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 5  | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 4 | black    | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 7  | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 5 | hispanic | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 10 | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 6 | childage | 숫자 | 5  | 2      |    | 없음 | 없음  | 10 | 를 오른쪽 | 척도(S) | 입력 |
| 7 | divorce  | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 9  | 를 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |

# 연속형 자료에 대한 측도 변경

- 측도에서 명목(N) → 척도(S)로 변경

The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Data Editor interface. On the left, a sidebar titled '측도' (Scale) lists categories: '명목(N)' (Nominal), '척도(S)' (Ordinal), and '순서(O)' (Order). The '명목(N)' category is highlighted with a yellow background. In the main data grid, the '측도' column for rows 1 and 2 is also highlighted with a yellow background and has a red border around it. The data grid contains the following information:

|   | 이름    | 유형 | 너비 | 소수점... | 설명 | 값  | 결측값 | 열 | 맞춤  | 측도    | 역할 |
|---|-------|----|----|--------|----|----|-----|---|-----|-------|----|
| 1 | anti  | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 2 | self  | 숫자 | 2  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 3 | pov   | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 5 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 4 | black | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 7 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |

The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Data Editor interface. The '측도' (Scale) column for rows 1 and 2 is highlighted with a yellow background and has a red border around it. The data grid contains the following information:

|   | 이름    | 유형 | 너비 | 소수점... | 설명 | 값  | 결측값 | 열 | 맞춤  | 측도    | 역할 |
|---|-------|----|----|--------|----|----|-----|---|-----|-------|----|
| 1 | anti  | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6 | 오른쪽 | 척도(S) | 입력 |
| 2 | self  | 숫자 | 2  | 0      |    | 없음 | 없음  | 6 | 오른쪽 | 척도(S) | 입력 |
| 3 | pov   | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 5 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |
| 4 | black | 숫자 | 1  | 0      |    | 없음 | 없음  | 7 | 오른쪽 | 명목(N) | 입력 |

# 반복측정자료의 결측

---

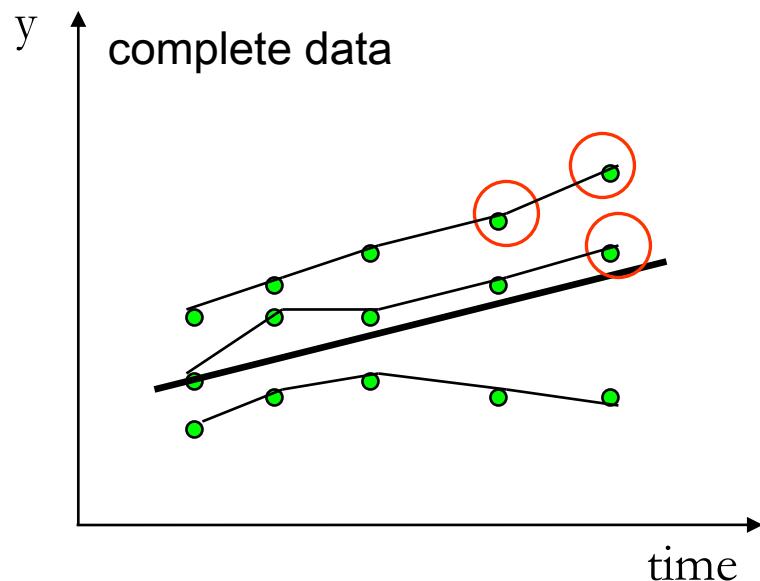
- Y: 여러 번 측정한 경우, Y의 일부자료의 missing
- X: 독립변수는 모두 관찰
- 반복측정자료 분석방법
  - Repeated measures ANOVA (RMANOVA)
  - Mixed model
  - Generalized Estimating Equation

# 반복측정자료 분석방법 비교

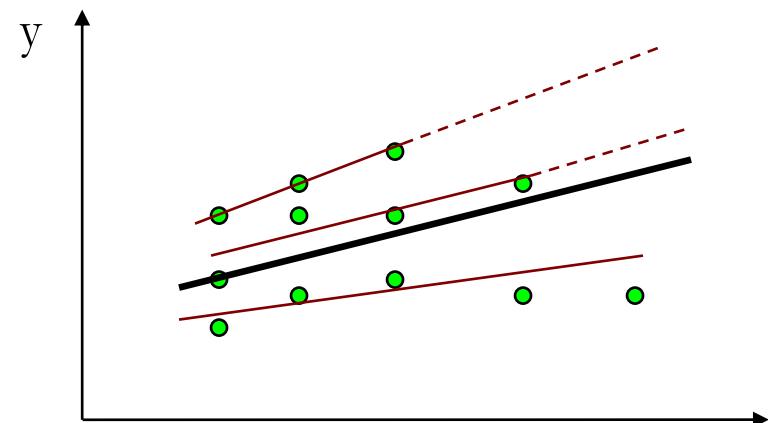
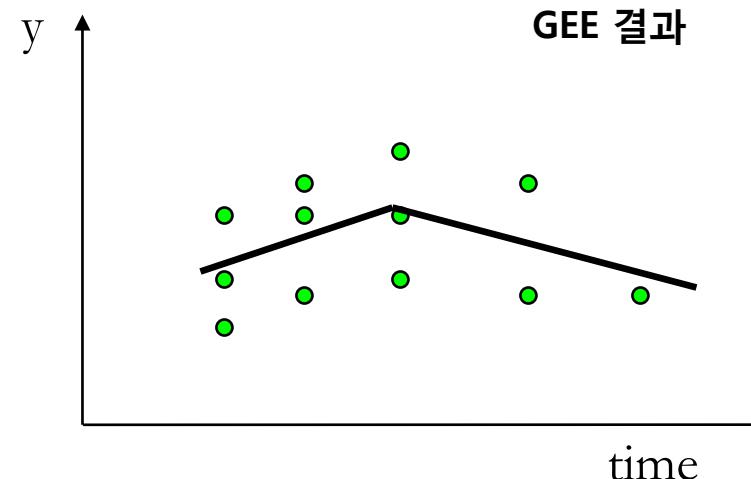
|             | 분석자료   | Missing mechanism 가정 |
|-------------|--|----------------------|
| RMANOVA     | 모든 시점의 Y값이 있는 자료<br><br>Id 1 : Y1, Y2=., Y3 제외 | MCAR                 |
| Mixed Model | 관찰된 Y 모두 포함<br><br>Id 1: Y1, Y3 자료 이용          | MAR                  |
| GEE         | 관찰된 Y 모두 포함<br><br>Id 1: Y1, Y3 자료 이용          | MCAR                 |

- Missing이 MCAR가 아닌 경우는 RMANOVA, GEE 분석결과는 biased 일 수 있음
- Mixed model로 분석 권고

# 반복측정자료 분석결과 (GEE, Mixed model)



- 37 -



Mixed model with random intercept and slope

# MI in SAS

---

## 1. Impute the missing data

```
proc mi data=nlsymmiss n impute=5 seed=15 out=imputed_db;
  class anti pov black hispanic divorce gender momage momwork;
  var anti self pov black hispanic childage divorce gender momage momwork;
  fcs logistic (pov black hispanic divorce gender momwork) discrim(anti);
  run;
```

## 2. Analyze imputed data

```
proc reg data=imputed_db outest=db_est covout ;
  model anti= self pov black hispanic childage divorce gender momage momwork;
  by _imputation_;
  run;
```

## 3. Combine the parameter estimates

```
proc mianalyze data=db_est;
  var self pov black hispanic childage divorce gender momage momwork;
  run;
```

감사합니다 !